

Istituto Comprensivo Rignano – Incisa Valdarno  
**Percorsi didattici scuola secondaria**



# **PAVIMENTIAMO!**

Scuola secondaria di I grado di Rignano - Classe 2<sup>^</sup> A

Insegnante: Elena Rovai

A.S. 2017-2018

## **CONOSCENZE/CONTENUTI**

- Congruenza
- Superficie - area e perimetro
- Equivalenza e Isoperimetria
- Equiscomponibilità
- Rotazione, traslazione
- Introduzione al calcolo letterale

## **ABILITA'**

- Riprodurre una figura in base ad una descrizione, utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti, riga e compasso e software di geometria)
- Riprodurre in scala una figura assegnata (utilizzando, ad esempio, la carta a quadretti)
- Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti
- Riconoscere e descrivere con regolarità una sequenza di figure
- Riconoscere figure ruotate e traslate e disegnarle

## **RISORSE DIDATTICHE**

Giochi matematici, schede predisposte dall' insegnante  
(software di geometria: geogebra)

Apparecchi: LIM, PC, macchina fotografica.

Strumenti: carta, lapis e matite, forbici, colla.

**AMBIENTE** in cui è stato sviluppato il percorso

- Aula della classe dotata di LIM
- Aula di informatica
- Aula di arte (il percorso prevede anche un approfondimento su Escher)

**TEMPI:** 10 ore in classe

Ispirato al percorso didattico "MATEMATICA A COLORI" a.s 2015/ 2016 Istituto  
Comprensivo "G. Marconi - Scuola Secondaria di I grado "G. Carducci" Venturina  
Terme

# STRUTTURA DEL PERCORSO

## ▫ FASE 1 - ANGOLI, PAVIMENTAZIONI E UNITA' DI MISURA DI SUPERFICIE

Abbiamo iniziato a giocare con i poligoni regolari come moduli da combinare per ricoprire una superficie senza lasciare alcun "buco". I moduli diventano così le nostre unità di misura. Non potendo pavimentare con tutti i poligoni regolari, dopo alcune considerazioni in merito, abbiamo effettuato un ripasso della misura degli angoli interni dei poligoni regolari.

Abbiamo costruito dei moduli particolari, ricavati dalle cornicine con i quali abbiamo provato a pavimentare. Abbiamo ricercato sui marciapiedi e sui pavimenti delle nostre case situazioni simili a quelle create in classe.

## FASE 2 - FIGURE CONGRUENTI E FIGURE EQUIVALENTI

Pavimentiamo ad arte! Iniziamo a introdurre il concetto di equivalenza.

Segue un lavoro su alcuni esercizi tratti dai giochi matematici.

Con il primo gioco si vuole rafforzare il concetto di FIGURE CONGRUENTI E SOVRAPPONIBILI e introdurre il concetto che FIGURE CONGRUENTI sono EQUIVALENTI.

Nel secondo gioco si vuole acquisire il concetto che FIGURE EQUIVALENTI NON È DETTO SIANO SOVRAPPONIBILI, ossia CONGRUENTI.

Spunti per ampliamenti e/ o precisazioni: relazione lato-area del quadrato, differenza fra superficie e area di una figura piana.

## FASE 3 - ISOPERIMETRIA E EQUIESCOMPONIBILITÀ

Con un terzo gioco matematico, il tetris e il Tangram si sono confrontate FIGURE EQUIVALENTI (equicomposte) ed ISOPERIMETRICHE. Usando il Tangram, nel dimostrare che due figure non sono isoperimetriche, si è potuto introdurre il calcolo letterale.

*Successivo sviluppo del percorso:*

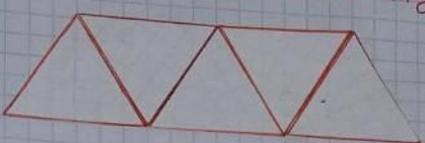
## ▫ FASE 4 - PAVIMENTAZIONE: TRASLAZIONE E ROTAZIONE DEL MODULO

(utilizzo del software Geogebra)

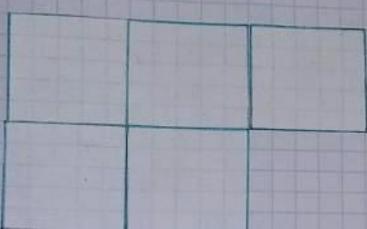
# FASE 1

ATTIVITA' 1 : PROVARE A RICOPRIRE UNA SUPERFICIE CON MODULI SENZA LASCIARE "BUCHI"

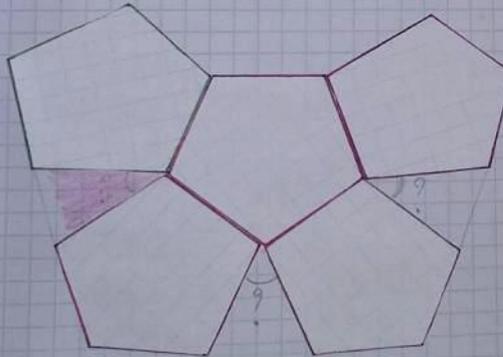
f.1) Provo a pavimentare con triangoli equilateri



f.2) Provo a pavimentare con i quadrati



f.3) Provo a pavimentare con i pentagoni



NO, IN REALTA' SONO  
? =  $33^\circ \neq 36^\circ$   
TORSO

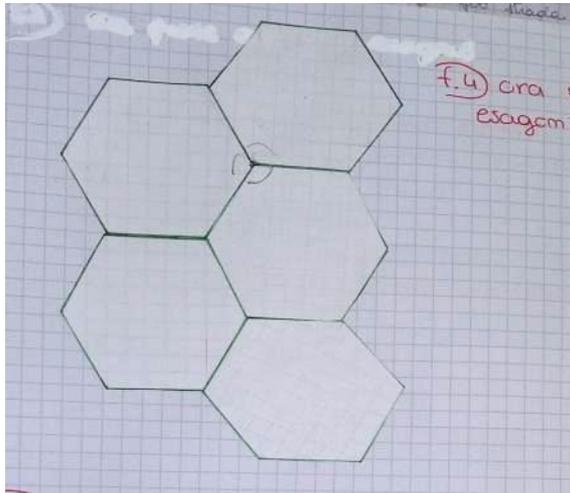
$$\begin{array}{r} 360^\circ \\ - 324^\circ \\ \hline 36^\circ \end{array}$$

$\frac{108^\circ}{324}$

Con i triangoli equilateri e i quadrati ci riusciamo...

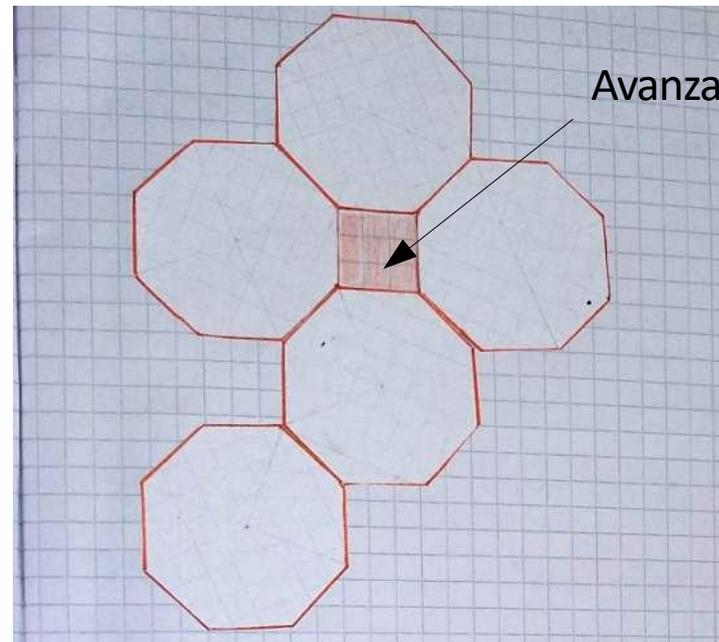
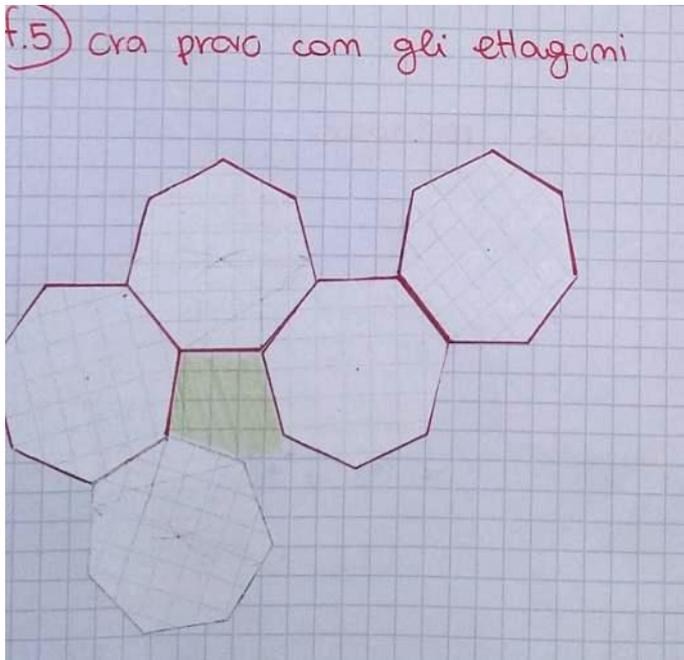
Con i pentagoni, invece, no.

Sofia calcola l'ampiezza dell'angolo che "avanza"



Con gli esagoni si può pavimentare

Con gli ettagoni e gli ottagoni, no



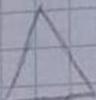
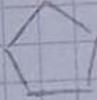
Avanza un quadrato

Perché con alcuni poligoni regolari riusciamo a pavimentare, mentre con altri non è possibile?

Osservazione:

Per pavimentare dobbiamo formare l'angolo giro usando angoli tutti uguali perciò funzionano quei poligoni regolari che hanno angoli divisi di  $360^\circ$

IN SINTESI ...

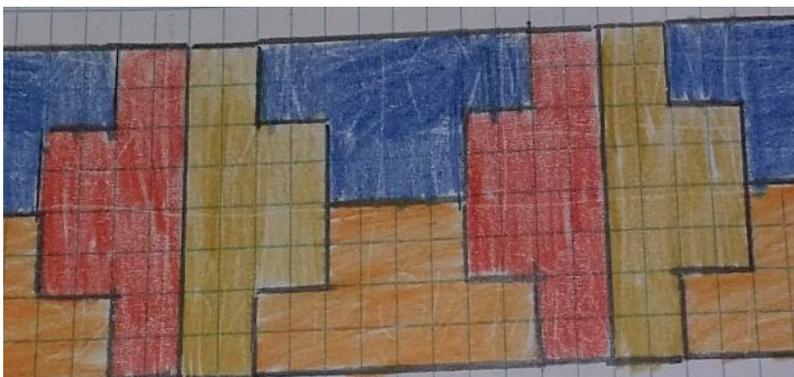
Poligono regolare						
PAVIMENTO?	Sì	Sì	NO	Sì	NO	NO
AMPIEZZA ANGOLI INT.	$60^\circ$	$90^\circ$	$108^\circ$	$120^\circ$	$128,6^\circ$	$135^\circ$

## ATTIVITA' 2: INVENTARE UN MODULO E PROVARE A PAVIMENTARE

Richiesta dell'insegnante: "Cosa avete fatto per pavimentare?"



**Elisa:** "Ho inventato un modulo, l'ho disegnato 8 volte uguale, rigirandolo, mettendone uno accanto all' altro."



**Gabriele:** "Ho pensato ad un modulo con gli angoli sottomultipli di 360, ho disegnato i miei moduli sempre uguali ma in posizioni diverse in modo da farli combaciare formando un rettangolo e, piano piano, mi è venuto."

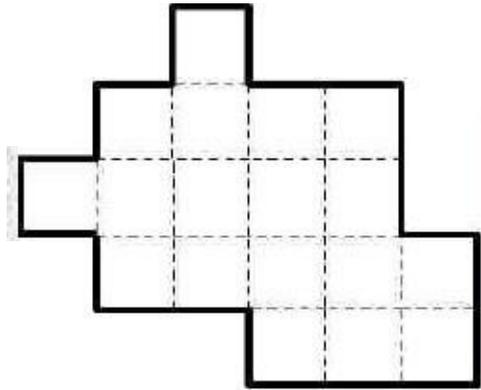
**Quando pavimentiamo, ripetiamo tante volte una figura - MODULO - che può anche cambiare posizione**

### ATTIVITÀ 3: A TESTA BASSA ...

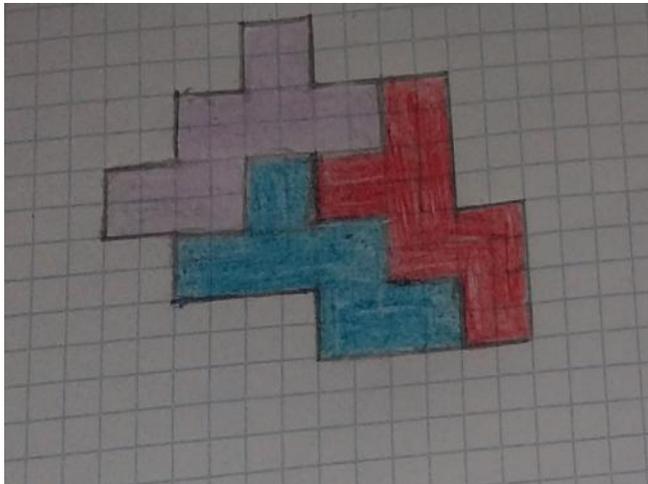


## FASE 2

1° Gioco: dividi la figura a fianco in tre parti della stessa forma e di uguale dimensione. Le tre parti devono essere perfettamente “sovrapponibili” anche, eventualmente, ruotando o ribaltando le figure.

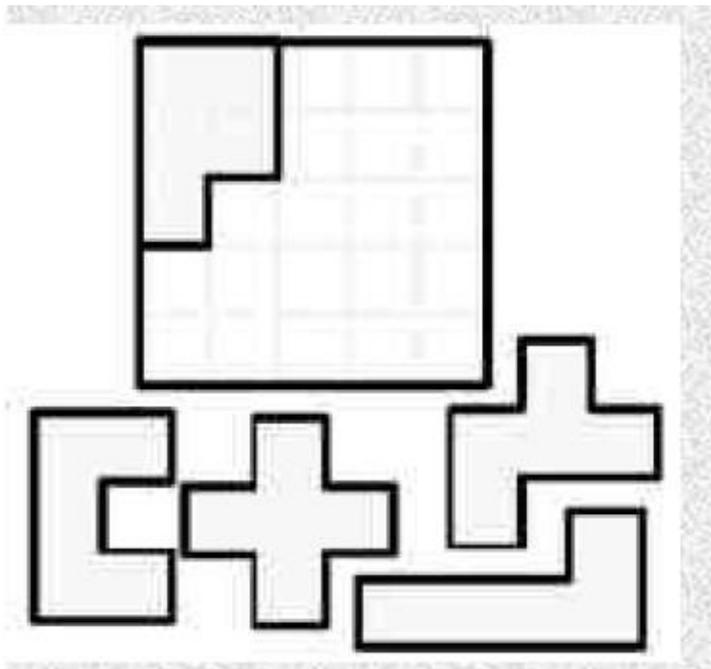


Soluzione



Vittoria ha riprodotto la figura da ripartire sul suo quaderno e ha risolto il gioco. Ha poi riportato la soluzione sulla figura della fotocopia fornita dall' insegnante, ha ritagliato i tre moduli e li ha così accostati per far vedere che sono sovrapponibili.

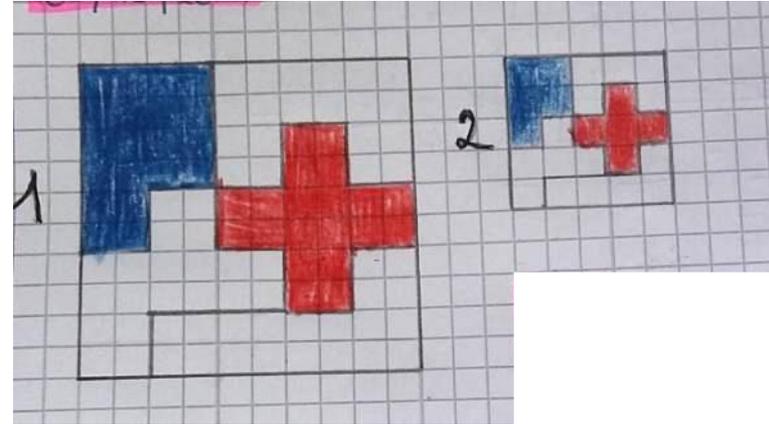
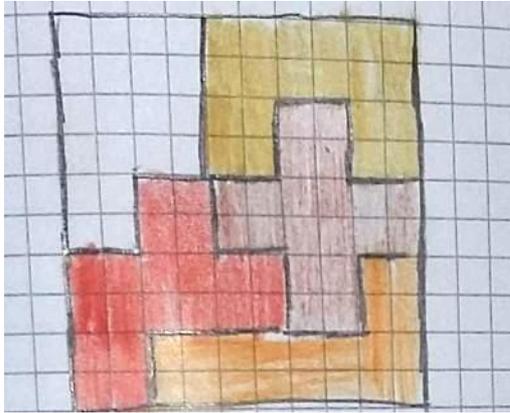
2° Gioco: collocare nel quadrato i quattro pezzi che compaiono nella figura in basso in modo da ricoprirlo completamente (i pezzi possono essere ruotati ma non capovolti)



Richiesta dell'insegnante: "Riproduci sul quaderno i pentamini con quadrati di lato prima 0,5 cm e poi 1 cm"

Una volta risolto il gioco, in modo individuale, si passa prima all'osservazione dei pentamini di ogni quadrato e poi al confronto fra le figure piccole con quelle grandi .

## Soluzione



### Osservazioni:

- per ogni quadrato i vari componenti **non** sono **congruenti ma** hanno la stessa superficie (*sono formati dallo stesso numero di quadretti!*) **sono** cioè **equivalenti**
- confrontando le figure piccole con le corrispondenti più grandi, in un primo momento i ragazzi affermano che le seconde “sono il doppio delle prime” (intendendo la superficie). Su richiesta di attenzione e maggior precisione da parte degli insegnanti, molti di loro arrivano alla conclusione che raddoppiando i lati, il **perimetro raddoppia** mentre la **superficie diventa il quadruplo!**

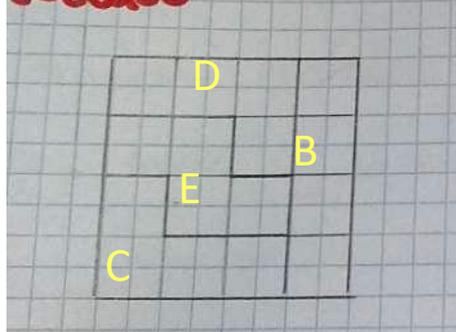
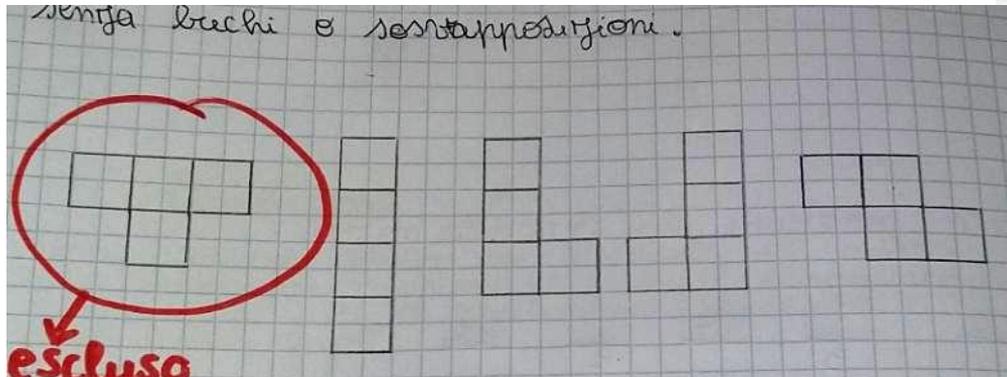
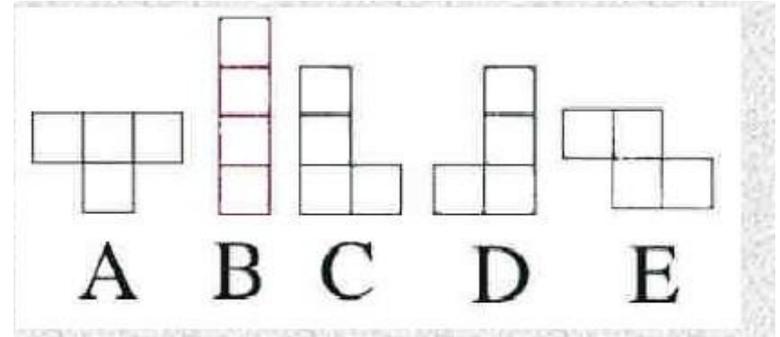
## FASE 3

### ATTIVITÀ 3.1

#### Gioco: L'escluso è uno solo

Usando 4 dei 5 tetramini della figura a fianco, comporre un quadrato di 16 caselle.

I tetramini devono essere assemblati senza buchi e sovrapposizioni

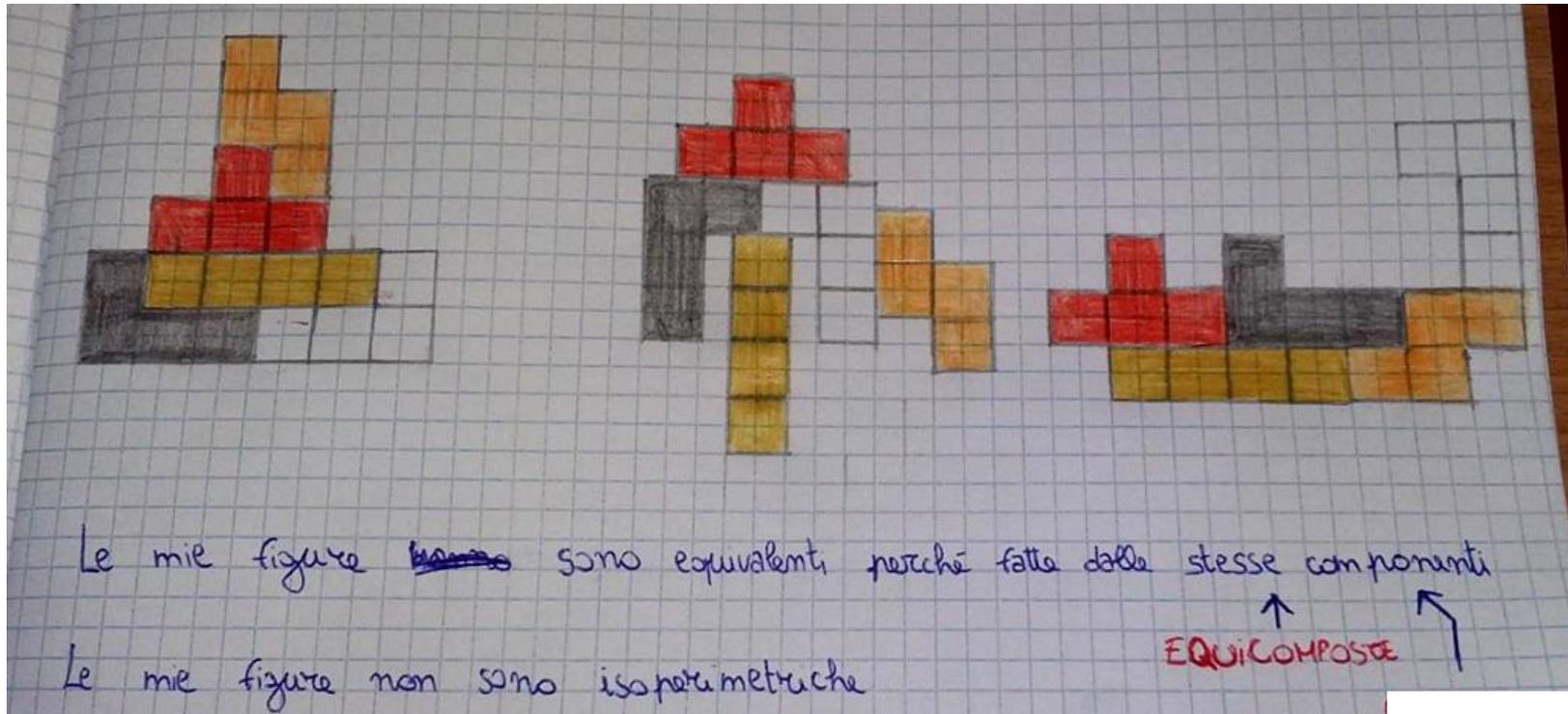


Osservazioni:

- I tetramini hanno tutti la **stessa superficie** (4 quadrati)
- i tetramini hanno anche lo **stesso perimetro** pari a 10 lati di ogni quadrato.

## ATTIVITÀ 3.2

**Giocando a Tetris:** se componiamo come vogliamo tutti i tetramini, compreso quello escluso, cosa possiamo ottenere?



Le figure ottenute **non** sono **isoperimetriche** ma sono **equivalenti**, perché **equicomposte**

### ATTIVITA' 3.3

**Giocando con il Tangram:** comporre figure a piacere, usando tutti i pezzi del Tangram.

Ho chiesto alla classe di riprodurre l'immagine del Tangram proiettata alla LIM.

Insieme abbiamo dato dei nomi ai lati di tutti i componenti del gioco e abbiamo associato loro un colore.

**l** = lato del quadrato (rosso)

**l/2** = metà lato del quadrato (arancione)

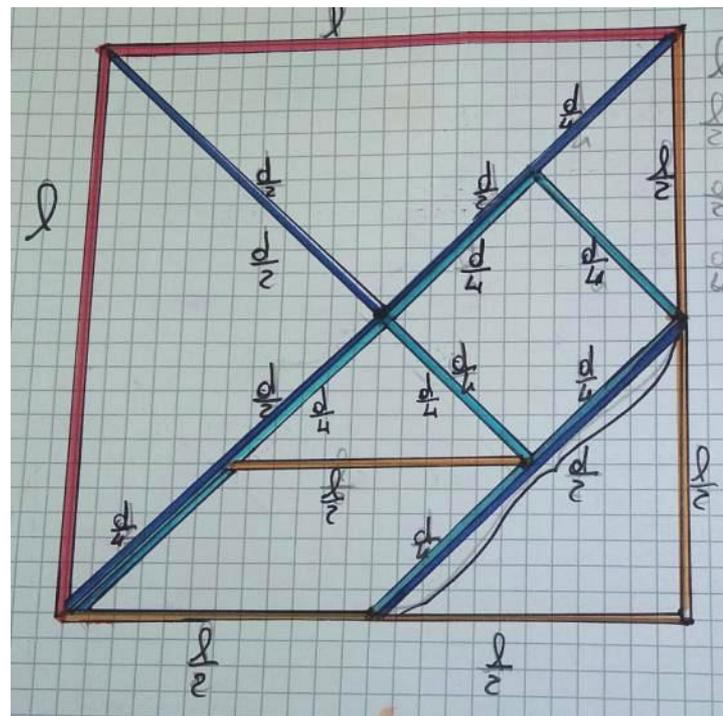
**d** = diagonale del quadrato (blu)

**d/2** = la semidiagonale (celeste)

**ATTENZIONE:**

2 arancioni = 1 rosso

2 celesti = 1 blu



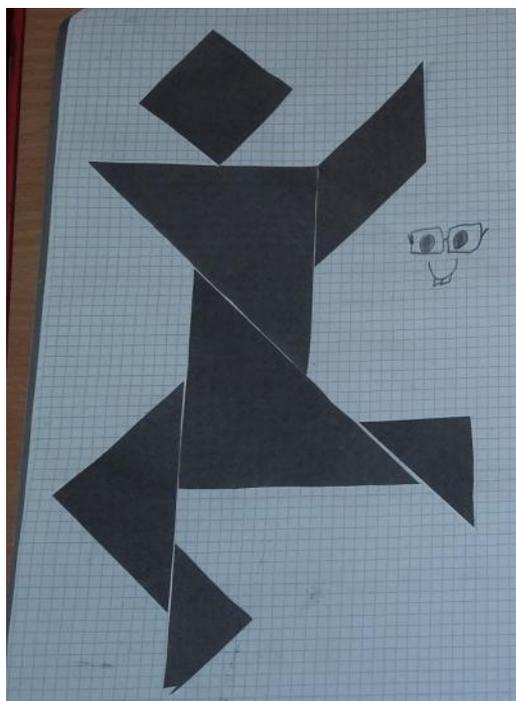
Ho chiesto alla classe di comporre delle figure a piacere con tutti i pezzi del gioco e di fare delle riflessioni in merito.

Osservazioni:

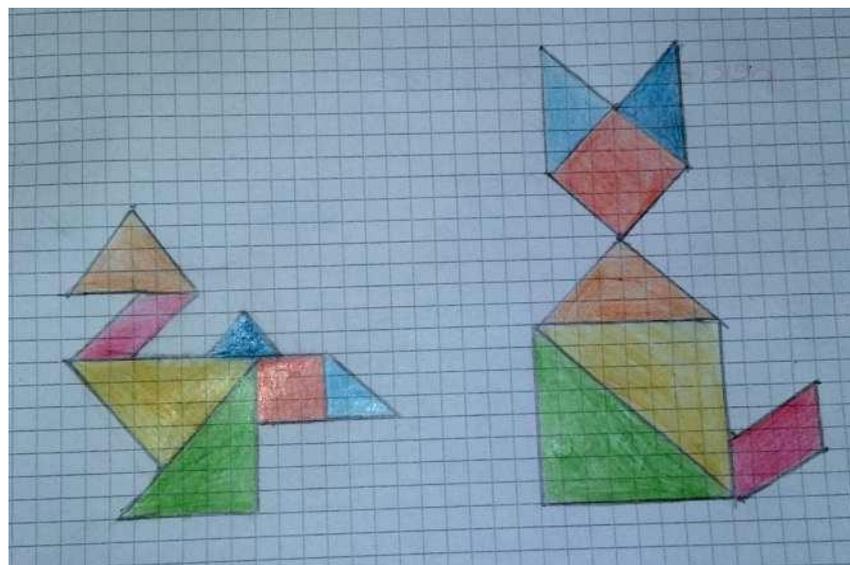
le figure ottenute sono tutte **equivalenti** perché composte dalle stesse "parti", ma non sono generalmente isoperimetriche.



Asia ha usato il gioco in legno



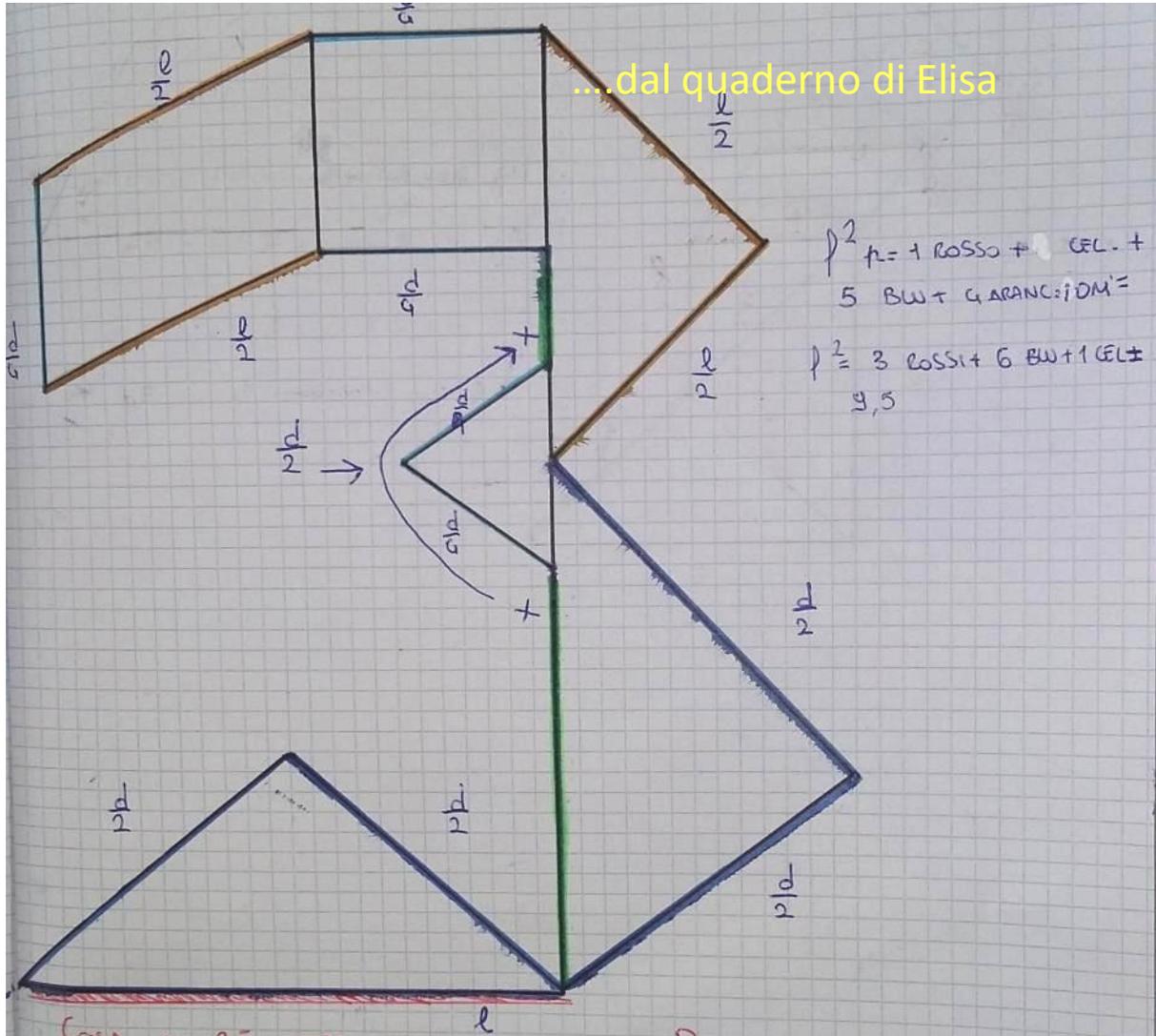
Sofia ha tagliato e incollato



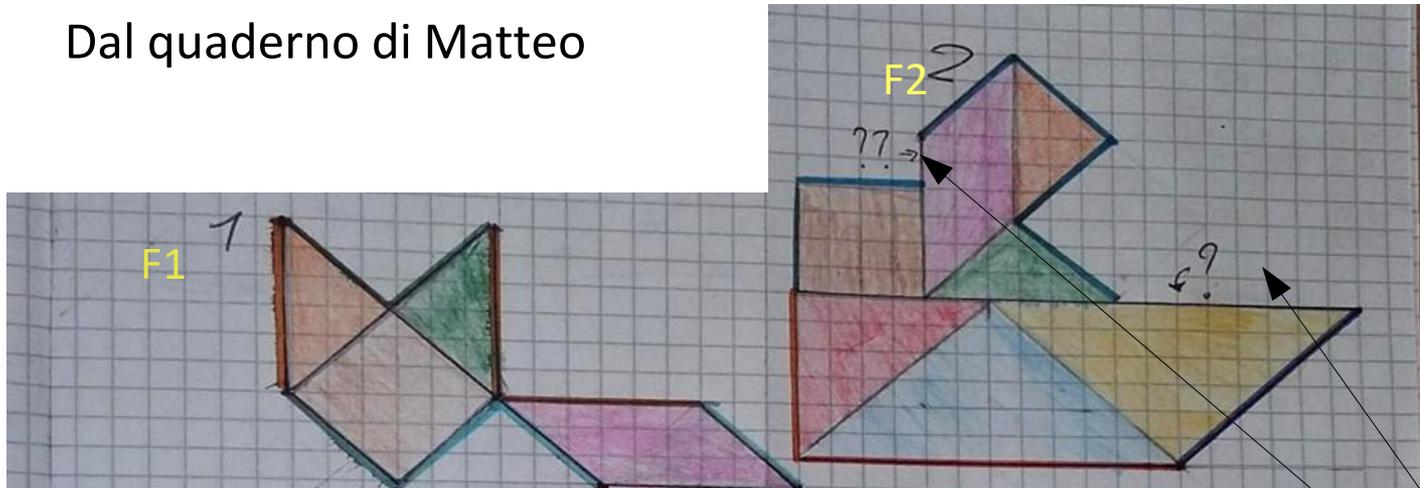
Maria Sofia ha disegnato

# Un po' di calcolo letterale

Per determinare i perimetri delle figure disegnate e poterli poi confrontare, alcuni ragazzi hanno usato i simboli associati ai lati, altri hanno usato i colori



Dal quaderno di Matteo



3B

2R

$$P_1 = 2R + 1B + 6C + 4A =$$

$$= 4R + 4B$$

...e in questi casi?

$$? = \cancel{1A} + \cancel{1R} - \cancel{1C} - \cancel{1A}$$

$$= (1R - 1C)$$

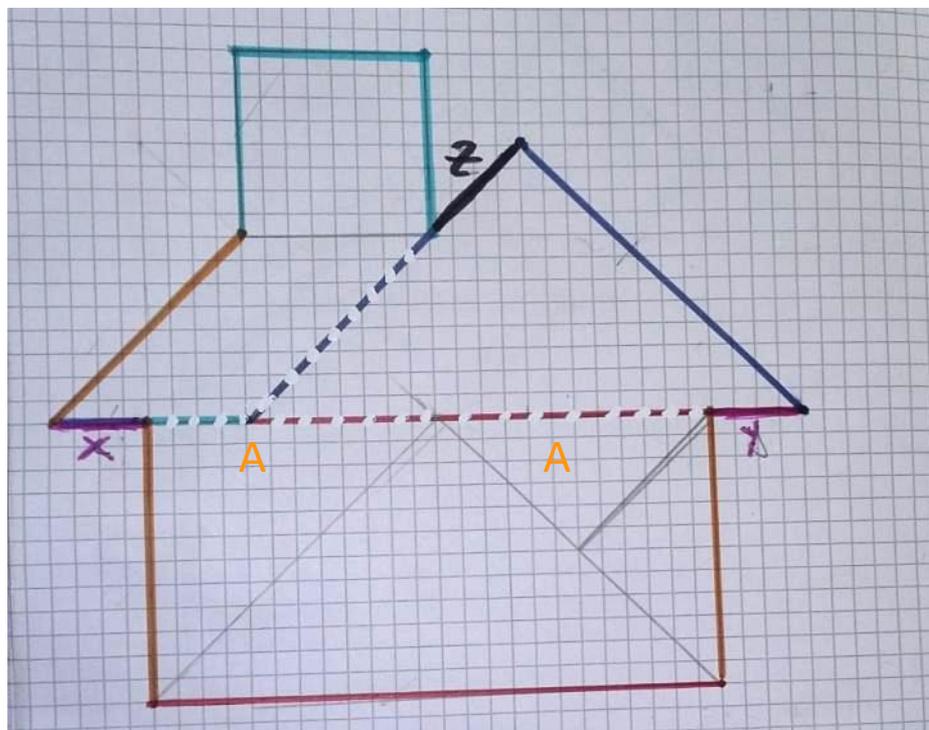
$$?? = (1A - 1C)$$

$$P_2 = 1R + 1A + 6C + (1R - 1C) + (1A - 1C) =$$

$$= 2R + 2A + 4C = 3R + 4C = 3R + 2B$$



Dal quaderno di Asia



Calcoliamo il perimetro della figura

$$\begin{aligned}x + y &= 1C + 1R - 2A \\z &= 1B - 1A \\P &= 3C + \cancel{3A} + 1R + 1B + (\cancel{1B - 1A}) + (\cancel{1C + 1R - 2A}) = \\&= 4C + 2B + 2B = 2R + 4B \\&= 2B\end{aligned}$$

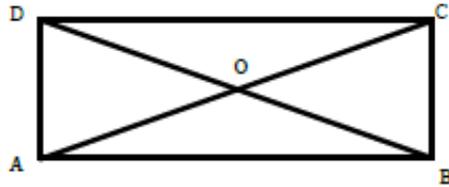
La verifica finale si compone di quesiti tratti dalle prove nazionali degli ultimi anni ma modificati, richiedendo di scrivere la spiegazione del ragionamento seguito, al fine di stimolare e/o migliorare la capacità di argomentare

### Verifica finale

ES 1 : In figura è rappresentato un rettangolo con le sue diagonali.

Sai dire a quale parte della superficie del rettangolo corrisponde il triangolo BOC?  
Spiega come hai ragionato

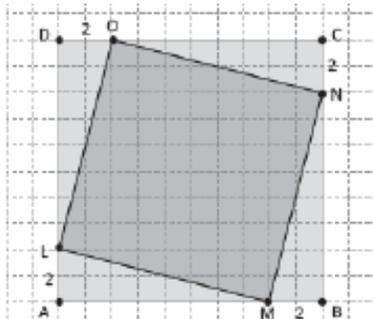
.....  
.....



ES 2  
A quanti quadretti equivale l'area di LMNO? .....

Spiega come hai ragionato

.....  
.....  
.....

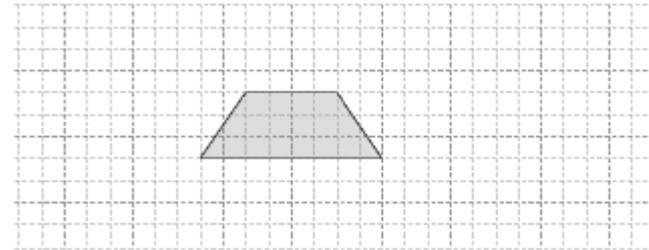


ES 3

Il trapezio che vedi sotto è stato ritagliato da una figura F più grande. Il trapezio è  $\frac{3}{4}$  della figura F.

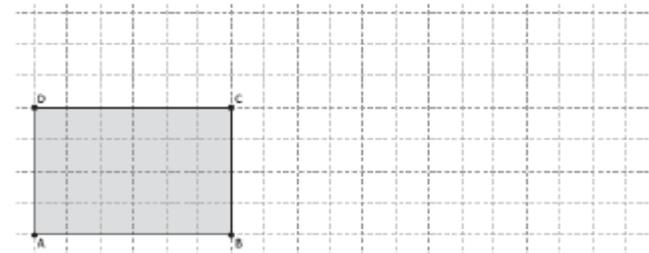


Disegna una delle possibili figure F da cui il trapezio è stato ritagliato.



ES 4

Disegna nel piano quadrettato un rettangolo che abbia la stessa area del rettangolo ABCD, ma perimetro maggiore.

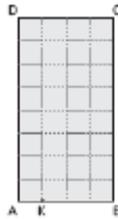


Spiega come hai ragionato .

.....  
.....

ES 5

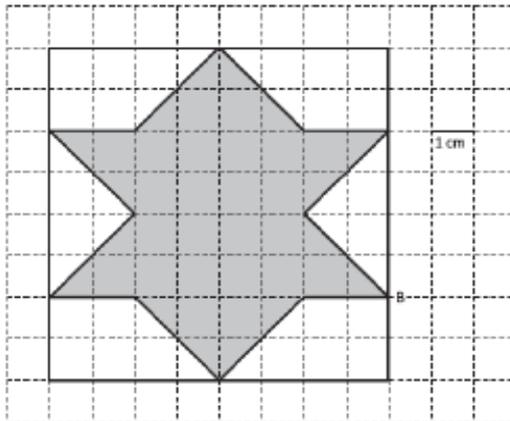
Osserva il rettangolo.



Sul lato DC segna il punto H in modo tale che il segmento HK divida il rettangolo in due parti uguali.

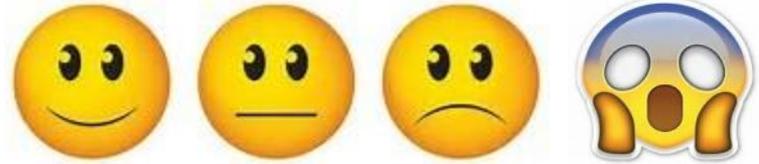
ES 6

Osserva la seguente figura formata da un quadrato al cui interno è disegnato un poligono di colore grigio.



A quanti quadretti equivale l'area del poligono grigio? .....  
Spiega come hai ragionato.....  
.....

Ho richiesto inoltre agli alunni di esprimere la loro l' impressione su ogni quesito, corredandolo di una delle seguenti 4 emotions



*Facile impegnativo difficile impossibile*